Práctica 1.2
Manejo del osciloscopio. Circuito RC.
Carga y descarga de un condensador

P. Abad Liso J. Aguarón de Blas

13 de junio de 2013

Resumen

En este informe se hará una pequeña sinopsis de la práctica 1.2 realizada en la asignatura Física II, precedida de los principales aspectos teóricos envueltos en el desarrollo de la misma.

1. El osciloscopio

El modelo utilizado en la práctica fue el TDS-1001B de Tektronix. Cuenta con dos canales con una frecuencia de muestreo de hasta 2GS/s, y un ancho de banda de 40MHz. Es digital, por lo que toda interacción con el dispositivo se hace por medio de la pantalla LCD monocromática y de los botones y codificadores correspondientes. Para la práctica empleamos tan sólo unas pocas funciones de todas las disponibles, tales como la visualizacion simultánea de dos ondas, el ajuste de la escala de voltajes y tiempos, o la funcion MEASURE para la medición de voltajes y magnitudes temporales. Nos resultó de especial utilidad el manual del osciloscopio [1].

2. El circuito RC. Carga del condensador

Por definición, el circuito RC es aquél formado por una resistencia, un condensador y un generador de tensión. En estos circuitos, a diferencia de

[1] Disponible en la página web de la asignatura.

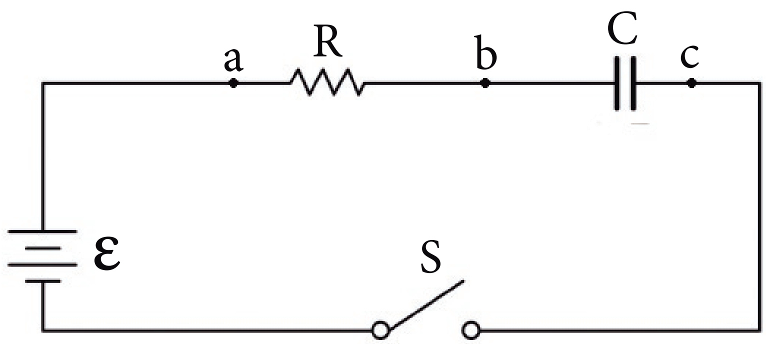

Figura 1: Circuito RC

los compuestos únicamente por resistencias y generadores, las corrientes, voltajes y potencias cambian con el tiempo.

En nuestros análisis supondremos que las resistencias internas del generador y del condensador son despreciables, así como la inductancia de la resistencia. En el instante inicial el condensador se encuentra descargado, y la corriente a través de todos los elementos es nula. Cuando se cierra el interruptor ($t = 0$) el circuito se completa y la intensidad comienza a fluir por toda la malla. A efectos prácticos, en todo momento la corriente es la misma en cualquier elemento del circuito.

En el momento inicial la carga del condensador es nula, por lo que la diferencia de potencial a través suyo será igual a cero, y máxima entre los extremos de la resistencia. Este voltaje máximo, ε, será el proporcionado por la fuente de alimentación. La corriente I_0 será pues la deducida a partir de la *ley de Ohm*:

$$I_0 = \frac{v_{ab}}{R} = \frac{\varepsilon}{R} \tag{1}$$

Conforme el capacitor se carga, su voltaje v_{bc} aumenta y la diferencia de potencial v_{ab} entre los terminales del resistor disminuye, siendo su suma en todo momento constante, e igual a ε. Después de haber transcurrido un tiempo razonablemente largo (teóricamente, infinito, pero a efectos prácticos algo menos) el condensador se habrá cargado por completo, y la corriente y el voltaje v_{ab} en la resistencia disminuirán a cero. Entonces, en ese momento toda la fuerza electromotriz ε de la batería se encuentra en el condensador ($v_{bc} = \varepsilon$). Si llamamos q a la carga del condensador e i a la corriente en la malla en cierto momento t, los voltajes instantáneos v_{ab} y v_{bc} serán

$$v_{ab} = iR \qquad v_{bc} = \frac{q}{C}, \tag{2}$$

y aplicando la *segunda ley de Kirchhoff* tenemos que

$$\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0 \tag{3}$$

Al despejar i y realizar la sustitución $i = \frac{dq}{dt}$ resulta que

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} \tag{4}$$

Si reordenamos e integramos en ambos lados tenemos que

$$\ln \frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) \tag{5}$$

Como hemos dicho, en el momento final todo el voltaje se hallará almacenado en el condensador, y será constante e igual a ε. Ya que en un condensador la carga almacenada es el producto de la capacidad por la diferencia de potencial entre sus placas, tenemos que el capacitor almacenará una carga de $C\varepsilon$ cuando el circuito se haya estabilizado. Si llamamos a esta carga Q_f, obtenemos

$$q = Q_f(1 - e^{-t/RC}) \tag{6}$$

Ya que la corriente es la derivada de la carga respecto del tiempo, la corriente instantánea i será

$$i = \frac{dq}{dt} = I_0 e^{-t/RC} \tag{7}$$

3. La constante RC

Como vemos, tanto la carga como la corriente dependen exponencialmente del tiempo, siendo notable el factor RC presente en el exponente de e. Una vez se ha alcanzado un tiempo igual a RC (como se puede comprobar fácilmente, la ecuación de dimensiones de dicho producto da como resultado una magnitud temporal), la corriente y la carga habrán disminuido a $1/e$ y $(1 - 1/e)$ de su valor inicial, respectivamente. A este producto lo denominamos **constante de tiempo**, y se denota por la letra griega τ.

Si la constante de tiempo es pequeña, el condensador se cargará rápidamente, mientras que si es grande sucederá al contrario, siendo el proceso más lento. Ya que teóricamente el condensador jamás se encontrará completamente cargado, a efectos prácticos se considera que tras haber transcurrido un tiempo igual a 5τ ya está cargado, pues $Q_f(1 - e^{-5}) \approx 0{,}993 Q_f$.

4. Descarga del condensador

El problema inverso, hallar la intensidad que fluye a través de la malla y la carga del condensador cuando éste se está descargando, resulta ahora trivial. Para ello, consideraremos que hemos cortocircuitado el generador, y que cerramos el interruptor en $t = 0$. Así, retomando la ecuación (1) pero con $\varepsilon = 0$, tenemos que

$$i = -\frac{q}{RC} \tag{8}$$

En el momento inicial $q = Q_0$, y por tanto la corriente inicial sera $I_0 = -Q_0/RC$. Nuevamente, realizando la sustitución $i = \frac{dq}{dt}$, despejando e integrando a ambos lados tenemos

$$\ln\frac{q}{Q_0} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = Q_0 e^{-t/RC} \tag{9}$$

Y, como hemos hecho en el apartado anterior, derivamos la carga respecto al tiempo para hallar la corriente instantánea:

$$i = \frac{dq}{dt} = I_0 e^{-t/RC} \tag{10}$$

5. Tensión en el condensador en carga y descarga

Si v_r es la tensión instantánea en la resistencia, tenemos que $v_r = Ri$, y por tanto la tensión en el condensador, v_c, será $\varepsilon - Ri$. Apoyándonos en la ecuación (7) y sustituyendo, tenemos que

$$v_c = \varepsilon - Ri = \varepsilon - \varepsilon e^{-t/RC} = \varepsilon(1 - e^{-t/RC}), \tag{11}$$

siendo ésta la expresión del voltaje del condensador **en carga** en función del tiempo.

Recíprocamente, si queremos hallar la tensión v_c **en descarga** tan sólo tendremos que realizar las sustituciones anteriores partiendo de la ecuación (10) teniendo en cuenta el sentido de la intensidad:

$$v_c = -Ri = -RI_0 e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC} \tag{12}$$

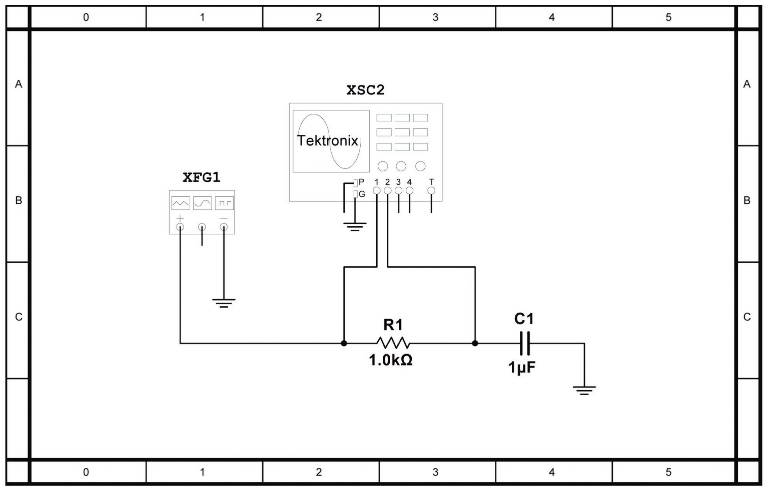

Figura 2: Montaje del circuito

6. Práctica: comprobación del significado de τ

Lo primero que hicimos fue montar el circuito de la Figura 2, ajustando el generador de señales para que proporcionase una onda cuadrada de 10V de amplitud y una frecuencia aproximada de 50Hz y poniendo especial cuidado en conectar las tierras de las sondas en un mismo punto. Una vez configurado el osciloscopio para representar adecuadamente la onda, utilizamos la función CURSOR para ubicar los dos cursores en el flanco de subida y en 6.3V (la amplitud de la onda multiplicada por $1 - e^{-1}$). Así pudimos ver que la diferencia de tiempos entre ambos cursores se correspondía con el producto RC [2] ($1\mu F \times 1k\Omega = 1ms$, Figura 3).

A continuación, mediante el menú TRIGGER activamos el disparo en el flanco de bajada para poder ver el proceso de descarga del condensador, como muestra la Figura 4. En esta ocasión ajustamos los cursores temporales para ver cuánto tiempo transcurría entre el flanco de bajada y los 3.7V (aproximadamente, la amplitud de la onda multiplicada por e^{-1}), y nuevamente comprobamos que dicho tiempo se correspondía con el producto RC.

[2] El simulador empleado, a diferencia del osciloscopio que usamos en la práctica, no muestra la diferencia de voltajes al realizar medidas de tiempo; aun así en las imágenes se puede apreciar que los resultados propuestos son correctos.

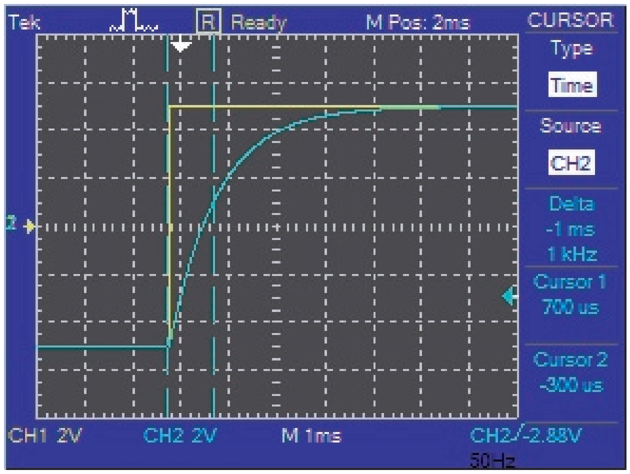

Figura 3: Carga en flanco ascendente

7. Medida de la constante τ de forma manual

En este experimento obtuvimos diversas gráficas que relacionaban el voltaje y la intensidad con el tiempo, tanto en carga como en descarga del condensador.

7.1. Proceso de carga. Voltaje

Lo primero que hicimos fue realizar el montaje de la Figura 9, con el condensador descargado. Acto seguido, cerramos la malla y tomamos valores cada 5 segundos para construir la tabla voltaje-tiempo. Después, con ayuda de *Excel*, representamos en una gráfica (Figura 6) los datos obtenidos y sobre ella trazamos una recta en los 6.3V para ver así que, como indica la teoría, dicho valor se alcanzaba en los 20 segundos (pues $RC = 20k\Omega * 1mF = 20s$). En algunos puntos el ajuste no resulta perfecto debido a las tolerancias de la resistencia y del condensador empleados (el resistor empleado era de 20,5$k\Omega$, lo que supone un 5 % de desviación). La función empleada para representar el comportamiento ideal es la descrita en la ecuación (11), habiendo sustituido las constantes por los valores correspondientes:

$$v_c = 10(1 - e^{-\frac{t}{20\mathrm{k}\Omega * 1\mathrm{mF}}})\mathrm{V} = 10(1 - e^{-\frac{t}{20}})\mathrm{V}$$

La siguiente tabla muestra los datos obtenidos al realizar las mediciones del voltaje en el condensador:

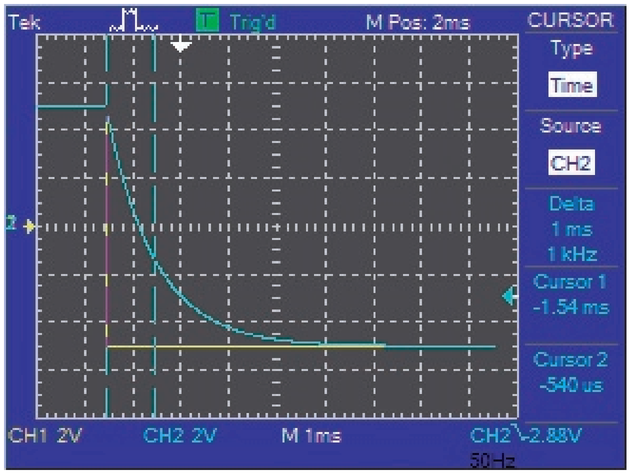

Figura 4: Descarga en flanco descendente

Tiempo (s)	Voltaje (V)
0	0
5	2.74
10	4.04
15	5.3
20	6.37
25	7.17
30	7.81
35	8.36
40	8.7
45	8.99
50	9.19
55	9.36
60	9.5

7.2. Proceso de carga. Intensidad

En este caso el proceso seguido fue idéntico al comentado en el párrafo anterior, con la diferencia de que en esta ocasión en vez de medir el voltaje indicado por el polímetro anotamos la corriente. El montaje fue el descrito en la Figura 10. Nuevamente, las diferencias entre los resultados obtenidos y los teóricos son debidos a las tolerancias de la resistencia y del capacitor.

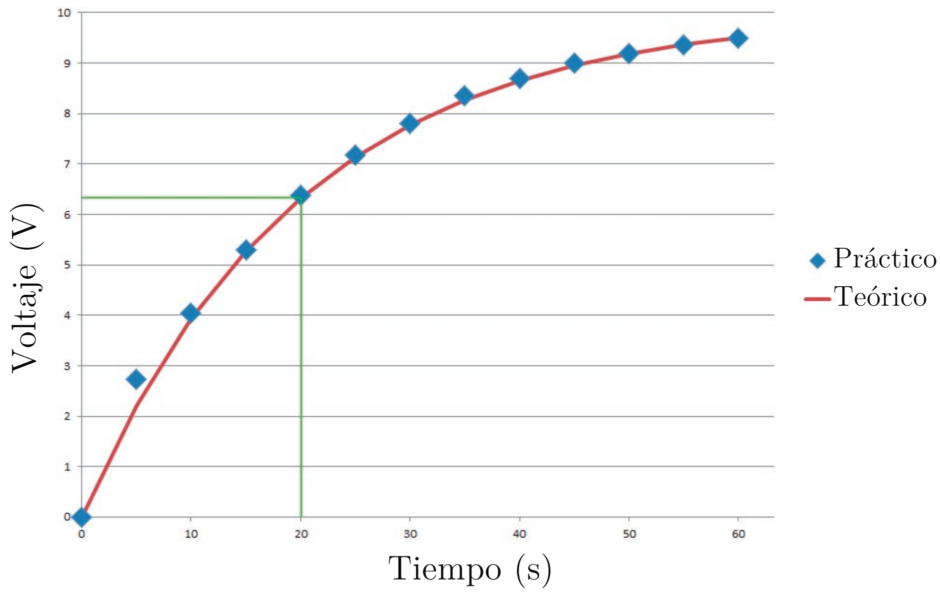

Figura 5: Voltaje en carga

También es posible que influya la resistencia interna del voltímetro, pero en muy pequeña medida pues ésta es elevada en comparación con la R del circuito. La expresión teórica de la corriente en función del tiempo es la descrita por la ecuación (7):

$$i = -\frac{10\text{V}}{20\text{k}\Omega} e^{\frac{t}{20\text{k}\Omega * 1\text{mF}}} = -0{,}5 e^{t/20} \text{mA}$$

Los datos obtenidos se muestran en la siguiente tabla, siendo su representación la mostrada en la Figura 6. En esta ocasión hemos señalado el punto en el que se alcanzan aproximadamente los 183 μA, ya que se trata del 37 % de la intensidad inicial ($497 \times e^{-1}$). De este modo vemos que, como predice la teoría, dicho valor se alcanza en el instante t = τ.

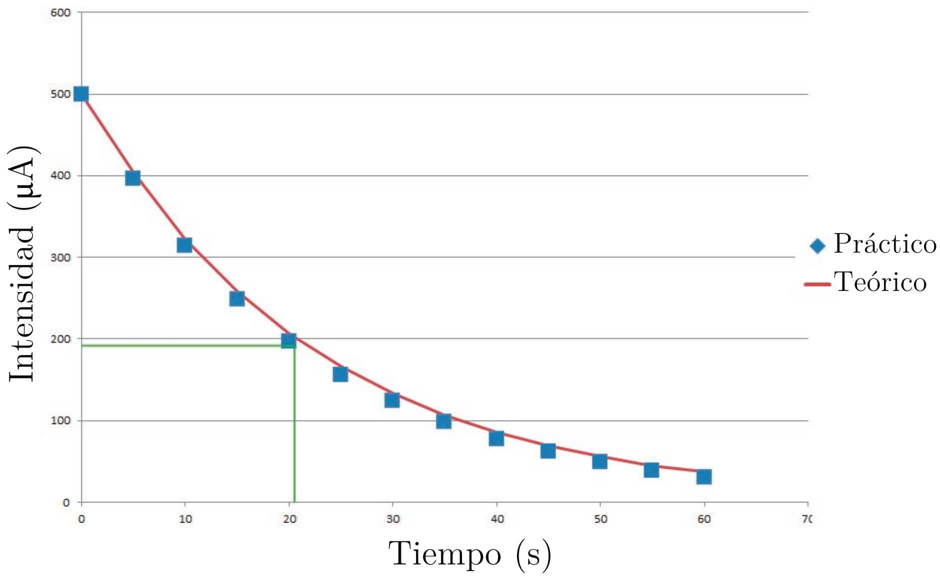

Figura 6: Intensidad en carga

Tiempo (s)	Intensidad (μA)
0	497
5	404
10	322
15	258
20	206
25	166
30	134
35	107
40	85
45	69
50	56
55	45
60	37

Como se puede observar, la función presenta todas las características de una exponencial de índice negativo: es decreciente, y presenta una asíntota horizontal en 0.

8. Proceso de descarga. Voltaje e intensidad

A continuación comentaremos brevemente el proceso de descarga del condensador tanto desde el punto de vista del voltaje como de la intensidad. Ya que la realización de estas experiencias es muy similar las presentaremos conjuntamente.

Los montajes a realizar son los mostrados en la Figura 11. Para cada uno tomamos muestras cada 5 segundos, y anotamos los resultados en sendas tablas que relacionaban tiempo con voltaje e intensidad, respectivamente. Posteriormente, con ayuda de Excel generamos dos gráficas para ilustrar la correlación entre las magnitudes eléctricas y el tiempo. A la gráfica correspondiente al voltaje de descarga superpusimos una curva obtenida a partir de la ecuación (12):

$$v_c = 10e^{-\frac{t}{20\mathrm{k}\Omega * 1\mathrm{mF}}}\mathrm{V} = 10e^{-t/20}\mathrm{V}$$

Análogamente, dibujamos junto con la gráfica de la intensidad la función resultante de sustituir en la ecuación (10) los valores I_0, R y C:

$$i = 500e^{-\frac{t}{20\mathrm{k}\Omega * 1\mathrm{mF}}}\mu\mathrm{A} = 500e^{-t/20}\mu\mathrm{A}$$

A continuación se muestra una tabla con los datos recogidos en ambas situaciones:

Tiempo (s)	Voltaje (V)	Intensidad (μA)
0	10.09	-497
5	8.03	-406
10	6.35	-332
15	5.06	-262
20	4.04	-214
25	3.23	-168
30	2.58	-135
35	2.02	-109
40	1.65	-88
45	1.3	-71
50	1.05	-58
55	0.85	-47
60	0.69	-38

En las Figuras 7 y 8 se muestran las gráficas dibujadas por el voltaje y la intensidad desde el momento en que se desconecta la fuente de alimentación

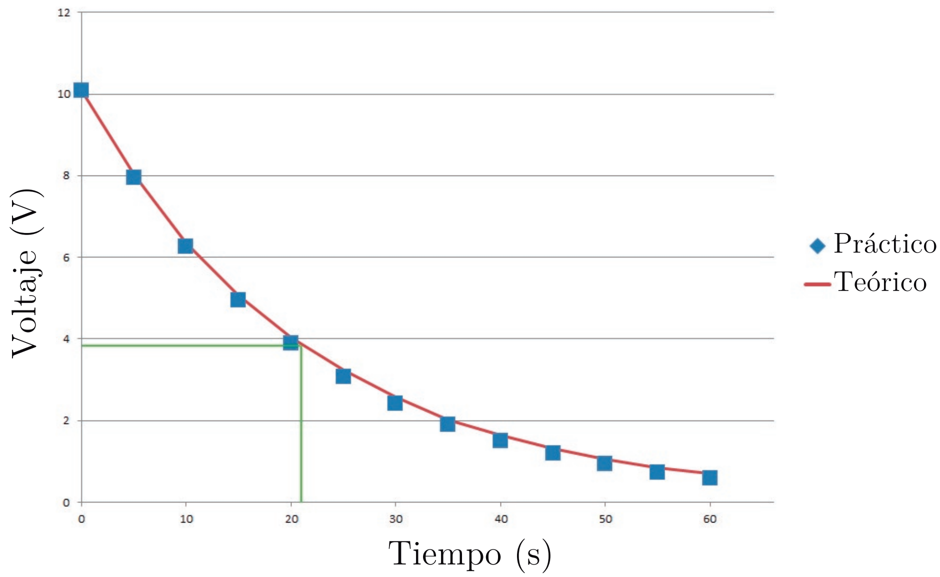

Figura 7: Voltaje en descarga

y se cierra el interruptor. Una vez más, hemos señalado los puntos en los que las curvas alcanzan aproximadamente el 37 % y el 67 % del voltaje e intensidad iniciales, respectivamente, demostrando que se corresponden con un tiempo igual a la constante de tiempo τ, tal y como se deduce de las ecuaciones (12) y (10).

9. Conclusión y reflexiones finales

En algún momento de la realización de este informe hemos pensado en cuánto influye la resistencia interna del condensador a la hora de realizar las mediciones, pues según lo aprendido éste posee cierta resistencia, pero no se ha tenido en cuenta en ningún cálculo. De cualquier manera, ésta debería tener un valor muy elevado (ya que una de las propiedades del dieléctrico es su baja conductividad), y tendría que estar en paralelo con el condensador, pues si estuviera en serie sería muy difícil su descarga.

En conclusión, ésta ha sido una interesante a la par que exhaustiva práctica relacionada con el circuito RC en la que hemos aprendido cuál es su comportamiento en continua. Quizá uno de los aspectos más destaca-

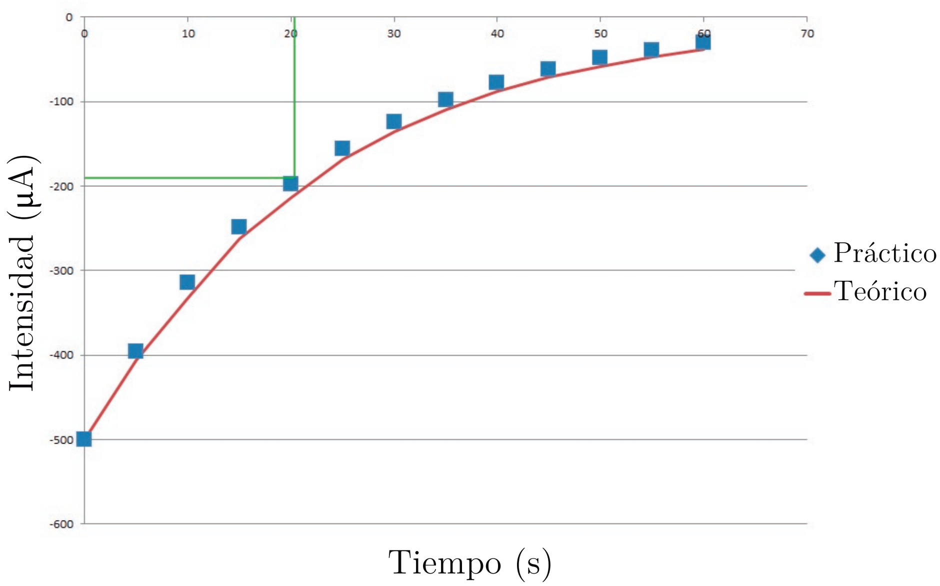

Figura 8: Intensidad en descarga

bles que nos vinieron a la cabeza al realizarla fuese la perfección con la que se ajustan las curvas descritas por voltajes e intensidades a las funciones matemáticas en general, y al número e en particular. También es digno de mención el hecho de que, en teoría, un condensador jamas estará completamente cargado ni descargado.

Referencias

[1] F. Sears, M. Zemansky *Física Universitaria. Volumen 2*

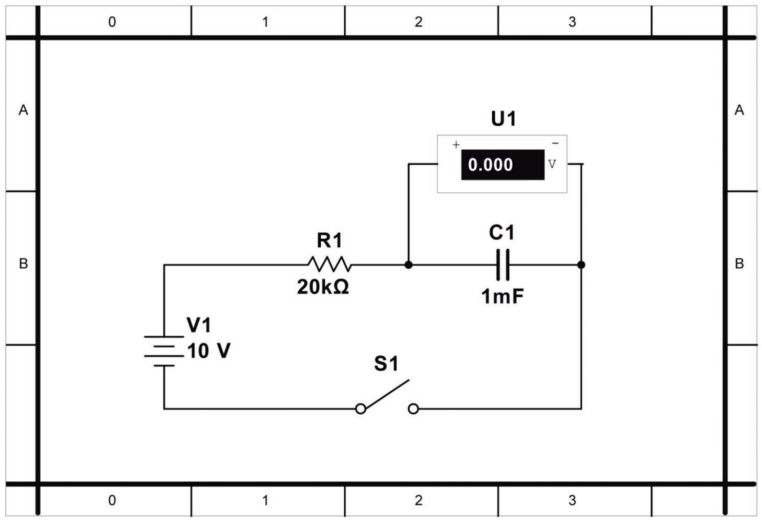

Figura 9: Montaje del circuito

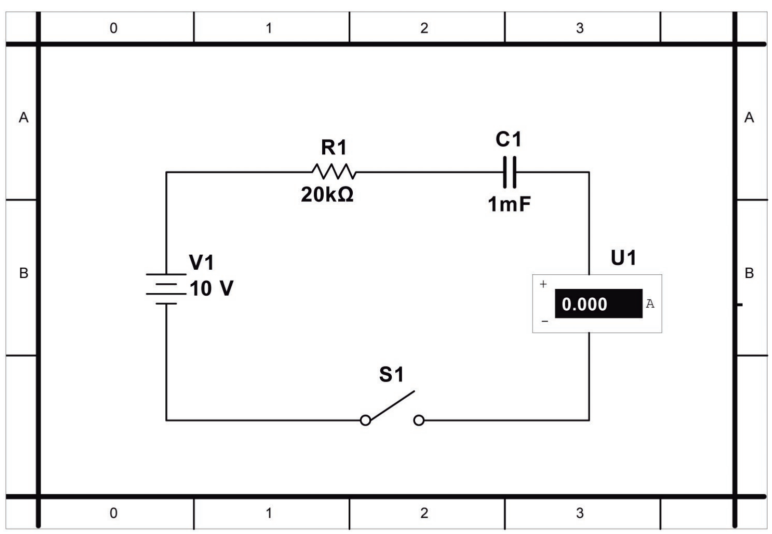

Figura 10: Montaje del circuito

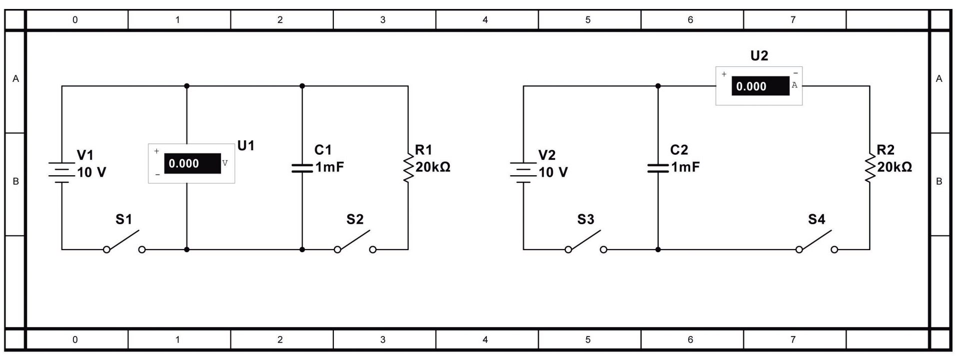

Figura 11: Montaje de los circuitos